P2448

RAN-2403000501023003

RAN-2403000501023003

F.Y.B.Sc. (Sem. - I) Examination November - 2025

Mathematics: MH-MJ-102- Mathematics Paper - II (Calculus -1)

Time: 1.30 Hours] **[Total Marks: 38**

સૂચના : / Instructions	Seat No.:
(1) ઉપરોક્ત દર્શાવેલ વિગતો ઉત્તરવહી પર અવશ્ય લખવી. Fill up strictly the above details on your answer book (2) All questions are compulsory (3) Figures to the right indicate marks of the questions. (4) Follow usual notations and conventions.	Student's Signature

Q. 1. Answer any EIGHT from the following questions. (08)

1. Find the nth derivative of e^{7x} with respect to x. where $x \in R$.
   e^{7x} નું x – પ્રત્યે n –મું વિકલિત શોધો. જ્યાં $x \in R$
2. Does Roll's theorem applicable for the given function $f(x) = |x|$; $x \in [-1,1]$? Justify your answer.
   રોલનું પ્રમેય આપેલ વિધેય $f(x) = |x|$; $x \in [-1,1]$ માટે લાગુ પડે છે? તમારા ઉત્તરનું સમર્થન આપો.
3. Write formula to find curvature for Cartesian curve.
   કાર્ટેઝીયન વક્ર માટે વક્રતાનું સૂત્ર લખો.
4. Define: Decreasing function.
   વ્યાખ્યા આપો : ઘટતું વિધેય.
5. State the reduction formula of $\int \sin^n x\, dx$; $(n \in N)$.
   $\int \sin^n x\, dx$; $(n \in N)$ નું લઘુકરણ સૂત્ર લખો.
6. If the nth derivative of some function is equal to its original function then state that function.
   કોઈ વિધેયનું n - મું વિકલિત મૂળ વિધેય બરાબર હોય તો તે વિધેય લખો.
7. State Lagrange's theorem.
   લાગ્રાન્જનું પ્રમેય લખો.
8. Define: Vertical asymptote
   વ્યાખ્યા આપો. લંબક અનંત સ્પર્શક.
9. Check whether the given statement $\int_0^{\pi/2} \sin^2 x \cos^3 x dx = \frac{2}{15}$ is true? Justify your answer.
   આપેલ વિધાન $\int_0^{\pi/2} \sin^2 x \cos^3 x dx = \frac{2}{15}$ સાચું છે? તમારા ઉત્તરનું સમર્થન આપો.

Q. 2. Attempt any TWO. (10)

1. Find y_n for $y = \dfrac{x^2+4x+1}{x^3+2x^2-x-2}$
   $y = \dfrac{x^2+4x+1}{x^3+2x^2-x-2}$ માટે y_n શોધો.

2. If $y = e^{m\sin^{-1}x}$ then prove that $(1-x^2)y_{n+2} - (2n+1)xy_{n+1} - (n^2+m^2)y_n = 0$.
જો $y = e^{m\sin^{-1}x}$ હોય તો સાબિત કરો કે
$(1-x^2)y_{n+2} - (2n+1)xy_{n+1} - (n^2+m^2)y_n = 0$.

3. Is Cauchy's theorem for $f(x) = (x-1)^2$, $\phi(x) = x(x-1)^3$ in the internal [0, 2] applicable? Justify your answer.
કોશીના પ્રમેયનો સિધ્ધાંત $f(x) = (x-1)^2$, $\phi(x) = x(x-1)^3$ માં [0, 2] અંતરાલ માટે શક્ય છે? તમારા ઉત્તરનું સમર્થન આપો.

Q. 3. Attempt any TWO **(10)**

1. In which interval the function $f(x) = x^3 + 8x^2 + 5x - 2$ is increase and decrease?
વિધેય $f(x) = x^3 + 8x^2 + 5x - 2$ ક્યા અંતરાલ માં વધતું વિધેય અને ઘટતું વિધેય બને છે?

2. Find the curvature of the curve $x^3 + y^3 = 3axy$ at the point $\left(\frac{3a}{2}, \frac{3a}{2}\right)$
વક્ર $x^3 + y^3 = 3axy$ ની વક્રતા $\left(\frac{3a}{2}, \frac{3a}{2}\right)$ બિંદુ આગળ શોધો.

3. Define point of inflexion and find points of inflexion for the curve $(a^2 + x^2)y = a^2x$.
વક્રતા પરીવૃતિ બિંદુની વ્યાખ્યા આપો અને $(a^2 + x^2)y = a^2x$ વક્રના વક્રતા-પરીવૃતિ બિંદુ શોધો.

Q. 4. Attempt any TWO **(10)**

1. Find the asymptotes of the curve $y = \frac{x^2 - 5x + 10}{x - 3}$
$y = \frac{x^2 - 5x + 10}{x - 3}$ વક્ર ના અનંત સ્પર્શક શોધો.

2. Obtain the reduction formula of $\int \tan^n x\, dx;\ n \in N$ and hence evaluate $\int \tan^6 x\, dx$.
$\int \tan^n x\, dx;\ n \in N$ નું લઘુકરણ સૂત્ર મેળવો અને તેના ઉપરથી $\int \tan^6 x\, dx$ ની કિંમત શોધો.

3. Evaluate: $\int_0^\infty \frac{1}{(1+x^2)^5}\, dx$
કિંમત શોધો. $\int_0^\infty \frac{1}{(1+x^2)^5}\, dx$